(8 pages)

APRIL 2026

52505/124E2A/
125E2A/129E2A/
137E2A/141E2A/
120E2A/138E2A/
127E2A/126E2A/
220E4A/241E4A/
226E4A/227E4A/
225E4A

Time : Three hours Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer any TEN questions

1. Evaluate $\int x^2 \sin x dx$.

   $\int x^2 \sin x dx$ ஐ மதிப்பிடுக.

2. Show that $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\, dx$ if $f(x)$ is even function.

   $f(x)$ என்பது இரட்டை சார்பு எனில் $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\, dx$ என நிறுவுக.

3. Prove that $\int_0^{\pi/2} \cos^7 x dx = \frac{128}{315}$.

$\int_0^{\pi/2} \cos^7 x dx = \frac{128}{315}$ என நிறுவுக.

4. Define Fourier Series for $(c, c+2\pi)$.

பூரியர் விரிவை $(c, c+2\pi)$ வரையறு.

5. If $f(x) = x$ in $(0, \pi)$ then find the values of a_0, a_n.

$f(x) = x$ எனில் $(0, \pi)$ அமைந்து a_0, a_n ன் மதிப்பைக் காண்க.

6. Solve $(D^2 + 5D + 4)y = 0$.

$(D^2 + 5D + 4)y = 0$ தீர்க்க.

7. Define general integral.

பொதுவான தொகையீட்டை வரையறு.

8. Form a partial differential equation by eliminating the constants a and b from the equation $z = (x + a)(y + b)$.

$z = (x + a)(y + b)$ என்ற சமன்பாட்டில் a மற்றும் b ஆகிய மாறிலிகளை நீக்கி பகுதி வகைக்கெழு சமன்பாட்டை வருவி.

9. Find $L(\sinh at)$.

$L(\sinh at)$ ஐ காண்க.

10. Find $L^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + a^2}\right)$.

$L^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + a^2}\right)$ ஐ காண்க.

11. Prove that $\nabla \cdot \bar{r} = 3$.

$\nabla \cdot \bar{r} = 3$ என நிறுவுக.

12. Define : Solenoidal.

வரையறு : பாய்வு.

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions

13. Evaluate $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$.

$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ மதிப்பிடுக.

14. Find the Fourier series of $f(x) = (\pi - x)$ in $0 \le x \le 2\pi$.

$f(x) = (\pi - x)$ ல் $0 \le x \le 2\pi$ ன் பூரியர் தொடரைக் காண்க.

15. If $f(x) = \begin{cases} -\pi, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ then prove that

$$f(x) = -\pi/4 - 2/\pi \left(\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \frac{\cos 5x}{5^2} + \ldots \right) + \left(\frac{3\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{3\sin 3x}{3} - \ldots \right).$$

$f(x) = \begin{cases} -\pi, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ எனில்

$$f(x) = -\pi/4 - 2/\pi \left(\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} + \frac{\cos 5x}{5^2} + \ldots \right) +$$

$$\left(\frac{3\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{3\sin 3x}{3} - \ldots.. \right)$$ என நிறுவுக.

16. Solve $(D^2 + 3D + 2)y = \sin x$.

$(D^2 + 3D + 2)y = \sin x$ தீர்க்க.

17. Solve $z = px + qy + pq$.

தீர்க்க $z = px + qy + pq$.

18. Evaluate $L(e^{-3t} \sin t \cos t)$.

$L(e^{-3t} \sin t \cos t)$ மதிப்பிடுக.

19. Show that the vector

$\overline{F} = 3y^4z^2\bar{i} + 4x^3z^2\bar{j} - 3x^2y^2\bar{k}$ is solenoidal.

வெக்டர் $\overline{F} = 3y^4z^2\bar{i} + 4x^3z^2\bar{j} - 3x^2y^2\bar{k}$ என்பது பாய்வற்றது எனக் காட்டுக.

PART C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions

20. If $I_n = \int \sin^n x dx$ then prove that $I_n = \frac{-1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} I_{n-2}$.

$I_n = \int \sin^n x dx$ எனில்

$I_n = \frac{-1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ என நிறுவுக.

21. Find the Fourier series for $f(x)$ in $(-\pi, \pi)$ if

$$f(x) = 0, \ -\pi < x < 0$$
$$= \pi \ , \ 0 < x < \pi$$

.

$$f(x) = 0, \ -\pi < x < 0$$
$$= \pi \ , \ 0 < x < \pi$$

எனில் பூரியரின் தொடரை $f(x)$ க்கு $(-\pi, \pi)$ காண்க.

22. Solve $(y-z)p + (z-x)q = x - y$.

$(y-z)p + (z-x)q = x - y$ தீர்க்க.

23. (a) Find $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s+1)(s+9)}\right)$.

(b) Find $L(t\cos at)$

(அ) $L^{-1}\left(\frac{1}{s(s+1)(s+9)}\right)$ ஐ காண்க

(ஆ) $L(t\cos at)$ ஐ காண்க

24. Prove that

(a) $\overline{F} = yz\bar{i} + zx\bar{j} + ny\bar{k}$ is irrotational

(b) Show that $\nabla \cdot (\nabla \phi) = \nabla^2 \phi$.

(அ) $\overline{F} = yz\bar{i} + zx\bar{j} + ny\bar{k}$ சுழலற்றன என நிறுவுக.

(ஆ) $\nabla \cdot (\nabla \phi) = \nabla^2 \phi$ எனக் காட்டுக.

———————